Ministère de l'éducation	Examen du baccalauréat + Correction	2025/2026
Prof : Kamel Maatallah	Session principale 2026	Section : Sciences Techniques

Exercice 1 (5 points)

1) On considère dans $\mathbb{C}$, l'équation $(E) : z^2 - 4iz - 2 + 2i\sqrt{3} = 0$.

a) Vérifier que $(2 - 2i\sqrt{3})^2 = -8 - 8i\sqrt{3}$.

b) Résoudre alors l'équation (E).

2) Le plan est rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$.

On donne les points H, A, B et C d'affixes respectives $z_H = 2i$, $z_A = 1 + i(2 - \sqrt{3})$, $z_B = -1 + i(2 + \sqrt{3})$ et $z_C = \sqrt{3} + 3i$.

Dans la **figure 1** de l'annexe, on a placé le point H et on a tracé les droites Δ et Δ' d'équations respectives $y = 3$ et $x = 1$.

a) Justifier que C appartient à Δ.

b) Montrer que $\arg(z_C) = \frac{\pi}{3} + 2k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$.

c) Construire alors le point C.

3) **a)** Vérifier que H est le milieu du segment $[AB]$.

b) Montrer que $z_C - z_H = 2e^{i\frac{\pi}{6}}$ et que $z_A - z_B = 4e^{-i\frac{\pi}{3}}$.

c) En déduire que la droite (AB) est perpendiculaire à la droite (HC) en H.

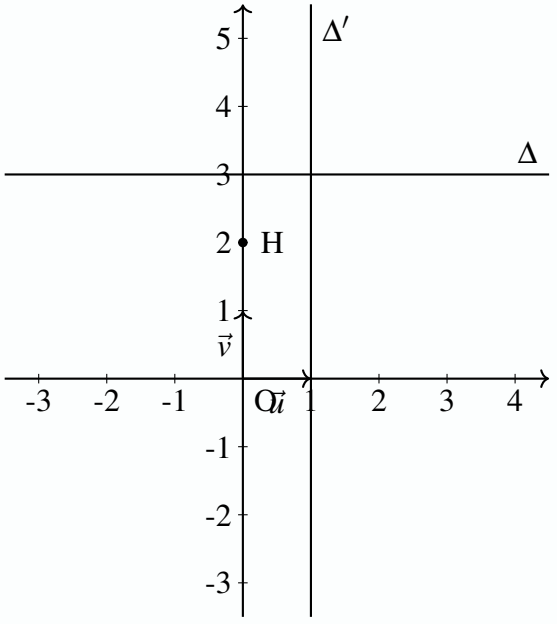
d) Justifier que A appartient à Δ' puis construire les points A et B.

4) **a)** Vérifier que $OH = \frac{AB}{2}$. En déduire que le triangle OAB est rectangle en O.

b) Montrer que $z_A z_B = -2 + 2i\sqrt{3}$.

c) Montrer alors que l'aire du triangle OAB est égale à 2.

5) Déterminer l'aire du quadrilatère $OACB$.



Exercice 2 (5 points)

L'espace $\mathscr{E}$ est muni d'un repère orthonormé direct $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$. On donne les points $A(3,-1,1)$, $B(2,1,-1)$ et $C(0,-1,1)$.

1) Soit S la sphère de centre A et passant par C.

a) Montrer que le rayon de S est égal à 3.

b) Montrer qu'une équation cartésienne de S est $x^2+y^2+z^2-6x+2y-2z+2=0$.

2) **a)** Vérifier que B appartient à S.

b) Soit P le plan tangent à S en B.
Montrer qu'une équation cartésienne de P est $x-2y+2z+2=0$.

3) Soit S' l'ensemble des points $M(x,y,z)$ de l'espace $\mathscr{E}$ vérifiant :

$$x^2+y^2+z^2+2y-2z-2=0$$

a) Montrer que S' est la sphère de centre C et de rayon 2.

b) Montrer que P et S' sont tangents.

c) Justifier que $H(-\frac{2}{3},\frac{1}{3},-\frac{1}{3})$ est le point de contact de P et S'.

4) **a)** Montrer que $M(x,y,z)\in S\cap S'$ si et seulement si $\begin{cases}x^2+y^2+z^2+2y-2z-2=0\\3x-2=0\end{cases}$

b) On considère le plan $Q: 3x-2=0$.
Montrer que la droite (AC) est perpendiculaire à Q au point $\Omega(\frac{2}{3},-1,1)$.

c) Montrer que Q coupe S' suivant le cercle Γ de centre Ω et de rayon $r=\frac{4}{3}\sqrt{2}$.

d) Déterminer alors $S\cap S'$.

Exercice 3 (3.5 points)

Soit la suite (u_n) définie sur $\mathbb{N}$ par $\begin{cases}u_0=4\\u_{n+1}=u_n-2\sqrt{u_n}+2 \text{ pour tout } n\in\mathbb{N}\end{cases}$

1) **a)** Montrer que $u_{n+1}-1=(\sqrt{u_n}-1)^2$.

b) Montrer, par récurrence, que pour tout $n\in\mathbb{N}$, $u_n>1$.

c) Montrer que la suite (u_n) est décroissante. En déduire qu'elle est convergente.

d) Montrer que la limite de (u_n) est égale à 1.

2) Soit (S_n) la suite définie sur $\mathbb{N}$ par $S_n=\sum_{k=0}^{n}\sqrt{u_k}=\sqrt{u_0}+\sqrt{u_1}+\cdots+\sqrt{u_n}$.

a) Montrer que pour tout $n\in\mathbb{N}$, $S_n>n+1$.

b) En déduire la limite de (S_n).

3) **a)** Montrer que pour tout $k\in\mathbb{N}$, $\sqrt{u_k}=1+\frac{1}{2}(u_k-u_{k+1})$.

b) En déduire que pour tout $n\in\mathbb{N}$, $S_n=n+3-\frac{1}{2}u_{n+1}$.

c) Déterminer alors $\lim\limits_{n\to+\infty} S_n-n$.

Exercice 4 (6.5 points)

Soit f la fonction définie sur $[0,+\infty[$ par : $\begin{cases} f(x) = x + x\ln^2 x \text{ si } x > 0 \\ f(0) = 0 \end{cases}$

On désigne par (C_f) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1) Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{f(x)}{x}$. Interpréter graphiquement les résultats.

2) **a)** Vérifier que pour tout réel $x > 0$, $f(x) = x + (\sqrt{x}\ln x)^2$.

b) En déduire que f est continue à droite en 0.

3) Etudier la dérivabilité de f à droite en 0. Interpréter graphiquement le résultat.

4) **a)** Montrer que pour tout réel $x > 0$, $f'(x) = (1+\ln x)^2$.

b) Dresser le tableau de variation de f.

5) Montrer que $I(\frac{1}{e}, \frac{2}{e})$ est un point d'inflexion de la courbe (C_f).

6) **a)** Montrer que $y = x$ est une équation de la tangente T à (C_f) au point $A(1, f(1))$.

b) Etudier la position de T et (C_f).

7) Dans la **figure 2** de l'annexe, on a placé le point I et on a tracé la tangente T.
Tracer la Tangente au point I et la courbe (C_f).

8) Soit λ un réel vérifiant $0 < \lambda < 1$.
On désigne par $A(\lambda)$ l'aire de la partie du plan limitée par (C_f), l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = \lambda$ et $x = 1$. On pose $J = \int_\lambda^1 2x\ln x\,dx$.

a) Vérifier que pour tout réel x strictement positif, $2f(x) = xf'(x) + f(x) - 2x\ln x$.

b) En déduire que $2A(\lambda) = f(1) - \lambda f(\lambda) - J$.

c) Par intégration par partie, Montrer que $J = \int_\lambda^1 2x\ln x\,dx = \frac{1}{2} - \lambda^2 + \lambda^2\ln(\lambda) - \frac{1}{2}$.

d) Déterminer alors $\lim\limits_{\lambda\to 0^+} A(\lambda)$.

